Rettevejledning til Hjemmeopgave 1, foråret 2003, Opgave 2.5

Vi skal finde ud af, hvad der sker med *Y*, når $\bar{L}_1$ stiger, og $\bar{L}_2$ falder lige så meget, dvs. $\Delta\bar{L}_2 = -\Delta\bar{L}_1$.

Vi kan dele ændringen i *Y* op i to effekter, den partielle effekt fra en ændring i $\bar{L}_1$ og den partielle effekt fra en ændring i $\bar{L}_2$:

$$\Delta Y = \frac{\partial Y}{\partial \bar{L}_1}\Delta\bar{L}_1 + \frac{\partial Y}{\partial \bar{L}_2}\Delta\bar{L}_2$$

$$\Leftrightarrow \Delta Y = \frac{\partial Y}{\partial \bar{L}_1}\Delta\bar{L}_1 - \frac{\partial Y}{\partial \bar{L}_2}\Delta\bar{L}_1 \text{, da } \Delta\bar{L}_2 = -\Delta\bar{L}_1$$

$$\Leftrightarrow \Delta Y = \left(\frac{\partial Y}{\partial \bar{L}_1} - \frac{\partial Y}{\partial \bar{L}_2}\right)\Delta\bar{L}_1$$

Nu skal vi differentiere *Y* mht. $\bar{L}_1$ og $\bar{L}_2$ og indsætte:

$$\Rightarrow \Delta Y = \left[\alpha\left(\frac{\bar{L}_1}{\bar{L}_2}\right)^{\alpha-1} - (1-\alpha)\left(\frac{\bar{L}_1}{\bar{L}_2}\right)^{\alpha}\right]\Delta\bar{L}_1$$

Vi ved, at $\Delta\bar{L}_1$ er positiv, så *Y* stiger, hvis

$$\alpha\left(\frac{\bar{L}_1}{\bar{L}_2}\right)^{\alpha-1} > (1-\alpha)\left(\frac{\bar{L}_1}{\bar{L}_2}\right)^{\alpha}$$

$$\Leftrightarrow \alpha\left(\frac{\bar{L}_1}{\bar{L}_2}\right)^{-1} > (1-\alpha)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1-\alpha}{\alpha} < \frac{\bar{L}_2}{\bar{L}_1}.$$

Vi ved, at $\bar{L}_2 > \bar{L}_1$, så $\frac{\bar{L}_2}{\bar{L}_1} > 1$. Vi ved også, at $\frac{1}{2} < \alpha < 1$, så $0 < \frac{1-\alpha}{\alpha} < 1$. Dermed er uligheden opfyldt, og vi kan konkludere, at $\Delta Y > 0$ (som skulle vises).